Perscripta: estructuralismo categórico

por J.A.H. Servín

December 15, 2024

Introducción

Estructuralismo, es un modo de conocimiento de la naturaleza, vida humana y abstracciones teniendo como objeto de estudio las relaciones existentes entre sus partes u objetos de las que se componen estos entes. En el contexto del estructuralismo los saberes históricos, antropológicos, por ejemplo, no están desvinculados del saber fáctico que proveen las matemáticas. Este vínculo se puede explicar analizando las propuestas del *estructuralismo* como modo de conocimiento en áreas humanísticas, iniciado por Ferdinand de Saussure and Lévy-Strauss en antropología tomando fundamentalmente la estructura inherente del lenguaje natural[1]. A su vez, las matemáticas son en esencia estructuras, y son estas estructuras de las que se vale el estructuralismo antropológico para construir epistemes que fundamenten el saber humanístico. Sin embargo, debemos aclarar que si la estructura abstracta de grupo es la base para un estructuralismo antropológico, esto no implica que un *estructuralismo matemático* esté ya dado, de hecho está relacionado con el problema de la fundamentación lógica y epistemológica de las matemáticas. En un escenario más actual, llamado pos-estructuralismo, el mito por ejemplo ya no está atado a estructuras tan rígidas y cerradas como lo son los grupos sino que ahora el concepto de estructura no favorece la cerradura, sino que está en movimiento continuo de transformaciones. Es pues, necesario elucidar el concepto de estructuralismo matemático, su relación con el estructuralismo lingüístico, antropológico y el estructuralismo categórico. El objetivo de este ensayo intenta fundamentalmente conectar la lógica con el lenguaje natural a través del problema de « nombre» y « referencia» , así mismo la relación que guarda con el fundamento de las matemáticas. No es la intención en ningún sentido, afirmar que la única manera de conocer sea mediante un formalismo, sea este lingüístico, lógico o estructurado ya que iría en contra del espíritu del quehacer filosófico; sin emabargo, creo que es importante conocer lo que el estructuralismo puede aportar para enriquecer el área de humanidades.

[1] —*Logic and Cognition*, pp. 11 en: J. Macnamara. *The Logical foundations of cognition*. 1994

1. Contexto del estructuralismo

Para entender el porqué del estructuralismo categórico, es necesario dar el contexto actual de la corriente filosófica del estructuralismo en

el área de las humanidades, y porqué surge la necesidad de un estructuralismo matemático, y su relación con categorias. En este sentido es necesario describir qué és teoría de categorías y cual es su relación con el estructuralismo. Hablar de estructura para el profesional de las matemáticas es quizás un término familiar, especialmente si se considera que las matemáticas son abstracciones y la relación entre éstas, está dado por *funciones*, *morfismos*, y *relaciones*. Distinta es la situación en filosofía donde no hay una clara descripción de lo que es el estructuralismo, y por lo que el estructuralismo categórico pretende ser una propuesta rigurosa para una episteme (al menos metodológicamente) no solo para las matemáticas, sino también para las humanidades. Una categoría es una familia de objetos y morfismos, donde los morfismos son el mecanismo por cual se relacionan los objetos. Estamos usando familia en vez de conjuntos, puesto que hablar de una categoría en el contexto matemático quizás no tenga sentido hablar del conjunto de conjuntos. Se puede decir que una categoría es una metaestructura donde sus modelos son abstracciones matemáticas(e.g. grupos, conjuntos), y por otro lado también pueden ser estructuras sociales tales como la estructura del parentesco propuesta por Lévy-Strauss. Para un desarrollo de la estructura del parentesco en téminos categóricos ver por ejemplo el desarrollo por Lawvere[2]. La definición de categoría se da en términos axiomáticos sobre los morfismos entre objetos. Específicamente, si A, B, C y D denotan objetos, $f : A \to B$, $g : B \to C$ y $h : C \to D$ son morfismos entonces el axioma que define a una categoría es $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$; donde el operador $\circ$ es definido dependiendo de la categoría. En la siguiente sección se presenta un ejemplo de una categoría para una episteme en antropología basado en la propuesta por Lévy-Strauss.

[2] F. W. Lawvere. Kinship and mathematical categories. 1999

1.1 Estructuralismo en humanidades

Almeida[3] presenta un breviario de las principales propuestas del estructuralismo en humanidades. De resaltar está la propuesta de Lévy-Strauss que basa su tesis en la teoría del *átomo de parentesco*, está refiere a un conjunto de cuatro relaciones interconectadas, esto es esposo/esposa, hermano/hermana, padre/hijo, y sobrino/tío; cada una asociada a una 'actitud' de las cuales Lévy-Strauss denota por signos "$+$" y "$-$". La idea principal es encontrar una ley que corresponda a patrones en el conjunto de actitudes en sociedades particulares, en vez de explicar cada actitud por causas sociales, psicológicas o históricas. De esta forma se establece que esposo/esposa y hermano/hermana tiene signos opuestos, de manera similar padre/hijo y sobrino/tío. Las relaciones tienen cuatro posibles « modelols» [4], a saber $(+/-, +/-)$, $(+/-, -/+)$, $(-/+, +/-)$ y $(-/+, -/+)$ que a su vez existen ex-

[3] M. W. B. d. Almeida. Structuralism. *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences*, pages 626–631, 2015

[4] aqui 'modelo' tiene un significado más alla de lo humanistico, entendiendose que grupo es una abstracción, y que diferentes particulares tienen estructura de grupo.

isten transformaciones S, T que transforman un modelo entre otro, además de contar con la identidad I que deja sin cambio a los modelos. También se tiene la composición ST (S seguido de T) las cuales forman una estructura de grupo. Inspirado en Ferdinand de Saussure, conocido como el estructuralismo francés, se enfoca en la semiología como episteme que estudia «los signos como objeto fundamental de la vida social» tales como la literatura[5]; y el carácter social de tales sistemas (*langue*) en vez de lo individual (*parole*). John Sturrock en la introducción de *Structuralism*[6], escrita por Jean-Michel Rabaté, que a juicio de él (Jean-Michel) puntualiza algunos aspectos que podrían deducirse de los escritos de Husserl. [... para deshacerse del psicologismo, Husserl insiste en la extraña correspondencia estructural entre los abstractos lógicos universales y categorías grámaticales que provee el lenguaje]. Lejos de apoyar o refutar tal tesis, el objetivo de este escrito es dialogar entre la lógica y la cognición mediante la estructura del lenguaje. Es sabido que la lógica clásica o de primer orden no se alimenta del psicologismo, establecido firmemente por Gottllob Frege (1884), (*Fundamentos de la aritmética*); y Edmund Husserl (1900), *Investigaciones lógicas*. ¿Qué pasa en la otra dirección? Para entender la postura sobre la relación entre lógica y cognición tomaremos como base los trabajos en esa dirección por John Macnamara y Gonzalo E. Reyes en "*The logical foundations of cognition*"[1]. John Macnamara[1] argumenta que de los trabajos de Frege y Husserl (mencionados), se deducen tres principios: (i) Los principios fundamentales de la lógica no derivan de la psicología. (ii) Eventos y estados psicológicos no se pueden describir en la lógica y (iii) la lógica no tiene que ver con procesos mentales. En tal escenario pareciera que psicología y lógica son mundos aparte; sin embargo, Macnamara argumenta que la lógica tiene algo que aprender de la psicología, contrario a afirmar que se fundamenta en la psicología. De la misma manera argumenta que la lógica es de hecho relevante para la psicología. Para entender cómo es la relación entre las dos posturas, Macnamara compara el cálculo diferencial y la física. Por un lado, es cierto que el cálculo fue inventado para expresar de manera precisa ciertos fenómenos físicos tales como fuerzas y movimientos de cuerpos físicos; sin embargo, el cálculo por si mismo es el estudio del espacio abstracto continuo y no de los cuerpos físicos. Más aún, en el formalismo de la física, esto es deducción de causa-efecto de fenómenos físicos, difícilmente se sigue el formalismo lógico-deductivo al que el análisis matemático tiene que ceñirse, de otra manera sería falso. Así de esta forma Macnamara argumenta de qué forma la lógica es esencial para la psicología. Al argumento de Macnamara podríamos objetar que el argumento es válido en tanto se considere unicamente análisis real, esto es el cálculo que concierne únicamente a los números y funciones reales y los fenómenos esten

[5] R. Barthes. *Mythologies*. 1972

[6] J. Sturrock. *Structuralism*. Blackwell, 2003

dentro del marco de la física newtoniana. El problema surge cuando se considera a la mecánica cuántica y el análisis complejo (números complejos); donde el debate toma rumbo hacia la epistemología del realismo estructural, que requiere un análisis aparte y se hará quizás en otro momento. Para establecer una relación entre la cognición y la lógica sin contravenir los enunciados (i)-(iii) mencionados, se tiene uno que alejar de la lógica de primer orden, ya que ésta solo contempla el uso de ciertas conectivas propias del lenguaje natural; tales como 'no', 'y' 'o' y ciertas palabras llamadas cuantificadores que son 'todo', 'algunos' y algunas palabras clave de prominente significancia como son 'falso' y 'verdadero'. Macnamara argumenta que cualquier psicologista interesado en explicar de qué manera los niños aprenden los usos de tales palabras y cómo entra en su psique, quisieran saber de qué manera la lógica interpreta tales expresiones. El vocabulario considerado o la lógica considerada probablemente no es suficiente para expresar ciertos aspectos de la cognición, por lo que es necesario considerar otras lógicas que amplíen el uso del vocabulario propio del lenguaje natural, que incluya nombres propios, sustantivos, indexicals, predicados (adjetivos y frases verbales), operadores modales 'necesario' y 'posible' y otros tantos (posiblemente, 'creencia', 'intensionalidad', y 'deseo'). En otras palabras, considerar lógicas modales, el problema de los nombres propios (nombre y referencia), las semánticas de Saul Kripke y teoría de categorías. Esto se refiere a considerar la «lógica de tipos », qué significa la teoría semántica basada en categorías para un rango de expresiones del lenguaje natural desarrollado por John Macnamara y Gonzalo Reyes [7]. La propuesta de Macnamara y Reyes es extremadamente técnica e imposible de explicar en un trabajo introductorío, sin embargo a grandes rasgos, el trabajo propone identificar el modelo de Lévy-Strauss, así como la teoría de los signos a través del modelo semántico, en el marco de la semántica categórica modal de Saul Kripke, proponiendo una categoría que formalize los modelos. Para esto se basan en el desarrollo del problema de nombre y referencia y que hay una semántica categórica basada en la teoría de tipos. De esta forma, los objetos se identifican con las personas y sus morfismos serían los propuestos por Lévy-Strauss, que evidentemente tienen un contexto social para su definición.

[7] J. Macnamara. *The Logical foundations of cognition*. 1994

1.2 Estructuralismo en matemáticas

El estructuralismo en matemáticas se da en el contexto de la fundamentación lógica y epistemológica de la matemática. El objetivo de esta sección es mostrar que el problema del nombre y referencia, de manera específica *referencia*, y el fundamento de la matemática se reduce en varios aspectos a clarificar el concepto de referencia; para

lo cual se han tomado en cuenta los trabajos por Paul Benacerraf[8] y Rudolf Carnap[9]. Sin lugar a dudas en lo que se refiere al fundamento de las matematicas los autores considerados no cubren la inmensa literatura escrita sobre el tema; sin embargo, hay dos asuntos que los autores discuten y que sirven para el propósito de este ensayo. En primer lugar, Benacerraf discute el concepto de número basado en la propuesta logista de Frege sobre número e identifica cierto problema con la *referencia*; esto es, afirma que Frege solo discute números cardinales y no ordinales, esto da pie a considerar una nueva epistemología de las matemáticas alternativa a la teoría de conjuntos de Zermelo-Fraenkel. Algunos consideran a Benacerraf como unos de primeros en considerar a los números no como objetos sino estructuras de ahí que surja la pregunta ¿Cuál es esa estructura que fundamente a la matemática? Un candidato es sin duda teoría de categorías. Por su parte Carnap[9] discute las principales propuestas para resolver el problema de la fundamentación de las matemáticas; de particular interés para la presente discusión es debida a Brouwer, que tiene que ver con *intuicionismo*; y las categorías tienen estructura interna a la lógica intuicionista. En su artículo *The logicist foundations of mathematics*, Carnap afirma que el problema la fundamentación epistemológica y lógica de las matemáticas no ha sido completamentte resuelta. Analiza tres principales propuestas para el problema y resalta que son principalmente el logismo de Frege y Russell, intuicionismo (Brouwer), y el formalismo de Hilbert. Para la epoca actual, se sabe que el programa de Hilbert no prospero principalmente debido a los desarrollos por parte de Kurt Gödel en teoría de modelos (teorema de la incompletitud). El logismo de Frege y Russell se podría afirmar que logro aceptación, aunque la investigación en ese sentido continua al día de hoy. Por otro lado, en los 60's se introduce la teoría de categorías en un intento a hacia una teoría alternativa a la teoría de conjuntos. Más que servir como fundamento de las matemáticas, se ha utilizado de manera rutinaría y relevante como herramienta en matemáticas de manera exitosa. Con esto en mente se desea hacer una introducción a las categorías y de que manera se esta desarrollando en otras áreas desde una perspectiva epistemológica. A manera de introducción sobre el fundamento del concepto de estructura a continuación se discute el concepto de número propuesto por Benacerraf. La intención es establecer que en la postura logista del fundamento de la matemática esta ya una estructura que debe considerarse y que ha llegado a otras áreas como teoría de categorías y la semántica modal.

[8] —— What numbers could not be, pp 272 en:

P. Benacerraf and H. Putnam. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964

[9] —-The logicist foundations of mathematics, pp. 41 en:

P. Benacerraf and H. Putnam. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964

2. *¿Qué es un número?*

En su artículo '*What numbers could not be*' Benacerraf discute lo que es y lo que no es un número desde la perspectiva Fregeana y lo contrasta con lo que él llama contar de forma transitiva e intransitiva. Este punto de vista tiene la particularidad de cuestionar al objeto «número », la palabra misma (entendida como «nombre ») y su «referencia ». La perspectiva de Benacerraf va con el espíritu de lo ya expuesto en cuanto a relacionar lógica y cognición. Hay una crítica a la fundamentación de la aritmética en la lógica, aunque más alla de intentar refutar la tesis Fregeana, va más en el espíritu de que está incompleta y ciertamente falta algo que irremediablemente conduce a considerar el concepto de número a ser una estructura y no un objeto. Para tener una idea clara del concepto de número de acuerdo a Frege en '*Concepto de número*'[10], Frege concluye que [. . . la aritmética son juicios analíticos, y por tanto a priori. De acuerdo a esto, la aritmética será unicamente lógica desarrollada, y todo teorema aritmético es una ley lógica]. Para establecer el concepto de número y sus diferencias con respecto al Fregeano, Benacerraf toma el concepto logista de número y lo contrasta con la manera en cómo aprendemos a contar de manera natural usando el lenguaje. Benacerraf argumenta que una manera de entender a los números es mediante la lógica, esto es, en vez de aprender aritmética a la vieja usanza, se aprende primero lógica, en este caso teoría de conjuntos. Para aprender los números en este orden epistemológico es necesario solo usar lo mínimo requerido que cubra lo que ordinariamente se conoce como números. El procedimiento radica en solo aprender nuevos nombres para cada conjunto conocido. El procedimiento, argumenta Benacerraf, podría ir de la siguiente manera: hay un conjunto cuyos miembros son lo que ordinariamente se conoce como números naturales, y que estos no son otra cosa que el conjunto infinito $\mathbb{N}$. Se asume la existencia de una relación definida sobre estos números, bajo la cual los elementos del conjunto están bien ordenados (en el sentido estricto de la teoría de conjuntos). Para la relación hay una R, previamente definida, en el sentido que todo subconjunto tiene un elemento mínimo; también R es transitiva, antisimétrica, irreflexiva en $\mathbb{N}$. En resumen los elementos de $\mathbb{N}$ forman una progresión, o serie bajo la acción de R. «El hecho de que los elementos estén en progresión es el argumento que Benacerraf usa de tal forma que se puede distinguir a los números como estructura y no como objetos ». Lo que ordinariamente se conoce como 1, es en realidad el elemento de $\mathbb{N}$, el primero, o el mínimo elemento de $\mathbb{N}$ bajo la relación R. De esta manera en tal lenguaje formal (teoría de conjuntos), se puede sin duda alguna hablar de un sucesor, o referir a que elementos de $\mathbb{N}$ se corresponden con las operaciones de “suma”, “multipicación”, etc.

[10] P. Benacerraf and H. Putnam. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964

Para que la construcción cobre sentido, Benacerraf aplica el desarrollo anterior a contar y medir. Para tal efecto dice que hay dos maneras de contar, que corresponden a la transitiva e intransitiva que usa el verbo "contar". En una se admite el objeto directo (contando canicas), mientras que en la otra no. Establece así, que normalmente aprendemos los primeros números en conexión con conjuntos que tienen el mismo número de elementos[11]. Podríamos resumir que aprender las palabras de los números y aprender a generar el resto es aprendizaje «intransitivo », mientras que aprender cómo se usan para medir es «aprendizaje transitivo »; de lo que se trata, según el autor es que se debe aprender una procedimiento recursivo para generar la notación en el orden apropiado antes de contar de manera transitiva.

[11] Es una manera bastante elaborada de decir, que aprendemos primero el concepto de cardinalidad y no necesariamente se hace referencia a los números ordinales. La razón para reproducir el desarrollo de aprendizaje de los números por parte de Benacerraf, es porque también es importanta para la construcción de una estructura categórica.

> "Se espera que hasta aqui quede claro hacia donde va el argumento. La idea con la explicación de aprendizaje transitivo e intransitivo de contar, es la de introducir (de manera independiente) el concepto de cardinalidad, posiblemente también números ordinales, y sucesor. El sucesor está implícitamente definido por el hecho de que todo subconjunto tiene un elemento mínimo bajo R. Sin embargo, la idea es establecer que Frege solo considera números cardinales y no los ordinales, aún y cuando tomó en cuenta la teoría conjuntivista de Cantor."

En la sección II de su artículo Benacerraf construye precisamente lo que considera es parte del problema, esto refiere a considerar en la teoría anterior lo problemático de deducir (definir) sucesor. Para esto la relación R no era otra cosa que $<$ (menor o igual). Benacerraf argumenta que se pueden perfectamente proponer dos maneras de comparar dos números. Puesto que los conceptos están en términos de conjuntos se tiene: para dos cualesquiera x, y números, x es menor que y si y solo si x pertenece a y y x es subconjunto propio. Por otro lado x pertenece a y si y solo si y es el sucesor de x. En la discusión anterior existe una discrepancia, en el sentido de que bajo R el sucesor para un x es el conjunto consistente de x y todos los miembros de x mientras que por otro lado el sucesor también es $\{x\}$, esto es, el conjunto unitario x, el conjunto que solo contiene a x. En términos de progresiones, Benacerraf argumenta que se tienen pues dos progresiones, que aparentmente hacen «referencia » a número. Las progresiones son: (i) $\{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}, \ldots$ y (ii) $\{\emptyset\}, \{\{\emptyset\}\}$.

> "El problema radica en que un conjunto tiene n elementos si se corresponde De manera biunívoca (uno-a-uno) con el conjunto de números menores o iguales a n; o el conjunto tiene n elementos si se puede poner en correspondencia biunívoca con el número mismo. Lo que significa es que las cardinalidaes son diferentes."

Benacerraf, aclara aún más, en la descripción anterior dice que en términos Fregeanos, cada punto de vista fija el *sentido* de las palabras,

y por tanto cada uno debe fijar al *referente* de estas expresiones; por lo que dice que alguna de las deducciones debe ser incorrecta. Una de las dos descripciones, (i) y (ii), de número es incorrecta o ninguna; ¿cuál? Para esto se hace la pregunta ¿Cómo distiguir la correcta de todas la posibilidades? En esencia se está preguntando qué es un número, y sugiere que el problema está en la referencia a los nommbres y de que forma se interpretan. Quiere decir que se debe tomar en cuenta de qué manera se usa el predicado. Por ejemplo, en la expresión «Hay diecisiete leones en el zoológico », no se afirma que hay diecisiete tipos diferentes de leones (cada león representa una clase distinta de león). Si ahora la frase se cambia «Los leones en el zoológico son diecisiete » esta frase solo afirma la cantidad y no predica nada sobre leones. ¿De qué manera se puede resolver la referencia? y en todo caso ¿a qué conjuntos refieren los números? Benacerraf afirma que aunque los problemas son variados en lo que refiere a filosofía, no espera resolver pero si dar algunas ideas que conduzcan a una explicación satisfactoria. Para esto, considera la siguiente relación de identidad $n = s$, donde n es una expresión representando número y s una expresion conjuntivista. En su intento por dar sentido a la identidad puntualiza que para Frege existe un mundo de objetos, -estos son los designadores o los referentes de los nombres, descripciones, etc.-, para los cuales la relación de identidad es libre. Dice que para Frege tiene sentido preguntar si cualesquiera dos nombres (o descripciones), nombran el mismo o distintos objetos; luego entonces no se puede decidir que nombre si es número. ¿Hacia donde se dirige Bebacerraf? la cuestión es que en términos de categorías los objetos varían dependiendo a que categoría pertenecen, por lo que no debe ser ambiguo el concepto de identidad como relación general lógica. Benacerraf aclara que no es su intención decidir si la descripción de Frege es incorrecta, sino que cualquier descripción del sistema de objetos que formen una progresión recursiva funcionará de manera adecuada. De lo anterior se concluye que descubrir un sistema diferente que haga el trabajo no significa que descubra qué objetos los números realmente son. En otras palabras, argumenta que usar la reducibilidad de la aritmética a teoría de conjuntos para asegurar que los números son realmente conjuntos no se sostiene; por la siguiente razón: Gaisi Takeuti muestra que la teoría de conjuntos de Gödel-von Neumann-Bernay es una forma fuerte de reducir los conjuntos a números ordinales menores que al número menor ordinal accesible, luego entonces ¿cuál es cuál?

En conclusión y para finalmente llegar al punto de interés, habrá que decidir que cosa realmente son «números » y «objetos ». Se ha dicho, continua el autor, que cualquier sistema de objetos, conjuntos o no, que forman una progresion recursiva[12] es adecuada. Lo que realmente importa no es cualquier condición sobre los objetos (sobre

[12] se tendrá que investigar a fondo tal afirmación

los conjuntos) sino la condición sobre la relación en la cual se forma la progresión. Esto es, cualquier sucesión recursiva sugiere que lo importante no es la individualidad de cualquiera de sus elementos sino de la estructura que de manera conjunta exhiben. Luego entonces, números no son objetos, porque al dar las condiciones necesarias y suficientes se caracteriza meramente una estructura abstracta; la distinción recae en observar que los elementos de la estructura no tienen propiedades salvo aquellas en relación con otros elementos. Se dan entonces las condiciones para analizar qué cosa son los números en el contexto de teoría categorías y el problema de *nombre* y *referencia*, que requiere de una discusión más extensa.

3. *Epistemología y referencia*

Se ha discutido algunos aspectos de lo que es estructuralismo categórico y en que contexto podría servir como base para una epistemología estrucutural. Los problemas son variados y depende del área en consideración, sin embargo, también es pertinente considerar de maenera más específica que propiedades debería tener una estructura.

En su artículo *Epistemología y referencia*[13], Shapiro hace un análisis donde relaciona lo comentado en secciones previas en relación a la propuesta del estructuralismo. La discusión se centra ahora en el porque del estructuralismo (al menos en matemáticas) y de las condiciones que tiene que cumplir una teoría de la estrucutura. Tan absurdo como suene, la idea para encontrar una episteme estrucutural para las matemáticas, hay que observar las matemáticas mismas, en particular la teoría de modelos. Lo primero que observa Shapiro es que los objetos matemáticos son abstractos; y por su condición abstracta no se situan en el espacio tiempo, por lo que están fuera de la causalidad. Haciendo referencia nuevamente a Benacerraf, resalta la dificultad al hacer referencia a la teoría causal del conocimiento. De acuerdo a tal epistemología no hay conocimiento de objetos a menos que exista conexión entre el conocedor y algunos objetos. De esta manera no hay conocimiento de lo abstracto, puesto que no hay contacto causal entre los objetos. El objetivo es describir de qué manera se entienden o se asimilan (mentalmente) las estructuras matemáticas y de qué manera se obtiene conocimiento de ellas. Shapiro expone abstracciones o *reconocimiento de patrones* que es en cierta manera lo dicho por Benacerraf. La otra propuesta es la abstracción lingüísta de tipos. Esta unión lingüísta esta ligada a la creencia de que las matemáticas son conocimiento a priori, esto a su vez conduce a la discusión de referencia y semántica. El concepto de abstracción es que los objetos se asimilan pero no se perciben, mediante un proceso que bien podría ser por reconocimiento de patrones.

[13] S. Shapiro. *Philosophy of mathematics: structure and ontology*, volume 35 of *Choice Reviews Online*. 1988. DOI: 10.5860/choice.35-4550

En seciones previas se expusieron varias estructuras en contextos diferentes, por ejemplo Lévy-Strauss afirma que la estrucura social familiar, en su parte más fundamental exhibe una estructura de grupo y que sus relaciones se identifican a traves de actitudes entre individuos. Por otro lado, Benacerraf afirma que los números son un sistema abstracto estructurado a través de progresiones, y que los números son las relaciones que caracterizan tales progresiones. Por lo que cabe preguntar que caracteriza a una estructura. Shapiro, analiza la situación donde una implicita definición, llamados axiomas, caracterizan a una estructura; pero sin embargo no todo conjunto de enunciados caracterizan a una estructura.

> "Si se contempla a las matemáticas como una estructura, se sabe que los axiomas de conjuntos por Zermelo-Fraenkel caracterizan casi en su totalidad a las matemáticas, pero por el teorema de Gödel son incompletas". Tomando en cuenta el teorema de Gödel, se sigue que el estrucuturalismo tiene que seguir el modelo que en la práctica siguen las matemáticas (de otra forma quedarían fuera), así de esta forma, el primer requirimiento de la estructura es que al menos una satisfaga los axiomas. Este requirimiento se podría llamar condición de existencia.

"Este primer requirimiento tiene sentido, ya que por ejemplo los naturales como estructura algebraica satisface los axiomas de grupo, así como también las teoría atomista del parentesco de Lévy-Strauss. La teoría de categorías, mencionadas al principo de este ensayo, se podría decir que son una teoría vacía pues no existe abstracción concreta que satisfaga en su generalidad su axioma fundamental $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$. Internamente, contiene a la lógica intuicionista y esto conduce a resultados inesperados. Por ejemplo, se puede demostrar que en tal estructura se pueden construir los números reales y por ende funciones continuas, sin embargo, se puede demostrar que todas la funciones construidas son necesariamente continuas (teorema de Brouwer)". No desearía terminar la sección sin mencionar que en lo que refiere a teoría de modelos, existe la necesidad de considerar la semántica donde la herramienta principal son los valores de verdad. A este respecto asegura Shapiro, que una de las cosas más problemáticas en semántica es la «referencia »; y de manera especial si se considera el lenguaje natural. Saul Kripke en su libro "Name and necessity" discute la problemática de este problema, no esta de más puntualizar que es un tema de investigación en la actualidad.

Conclusión

Es evidente que han quedado más dudas que respuestas, quizás no sea la mejor introducción al tema tan basto como lo es el estructuralismo tanto en su forma técnica-metodológica y epistemológica, por lo

que considero conveniente aclarar que el presente escrito es una investigación en progreso y que esperamos en el futuro próximo mejorar con creces el trabajo hasta ahora presentado para llegar al objetivo planteado. "Antes de terminar el escrito aprendí que el estructuralismo es también útil como forma de conocimiento en el feminismo a través de Donna Haraway".

References

M. W. B. d. Almeida. Structuralism. *International Encyclopedia of the Social & Behavioral Sciences*, pages 626–631, 2015.

R. Barthes. *Mythologies*. 1972.

P. Benacerraf and H. Putnam. *Philosophy of Mathematics*. Cambridge University Press, 1964.

F. W. Lawvere. Kinship and mathematical categories. 1999.

J. Macnamara. *The Logical foundations of cognition*. 1994.

S. Shapiro. *Philosophy of mathematics: structure and ontology*, volume 35 of *Choice Reviews Online*. 1988. DOI: 10.5860/choice.35-4550.

J. Sturrock. *Structuralism*. Blackwell, 2003.